

计入浅水变形的非线性波浪分离方法对不规则波的验证

王新语

郑州大学水利与交通学院, 郑州 450001, 河南, 中国

摘要: 在开展物理模型试验时, 把实测信号分离为入射信号与反射信号十分重要。可用于信号分离的方法很多, 但关注斜坡床面影响的研究十分有限。本文以一种简化的途径, 通过计入波浪在斜坡床面上的浅水变形与相位变化, 把一种非线性分离方法拓展到斜坡床面。以线性合成信号所作的验证表明: 在中等水深条件下, 波高的误差有限; 但在浅水条件下误差增大, 最大可达 4%。此外, 若在分离中不考虑斜坡床面, 则第一支波高仪处的波高在浅水中被高估、在深水中被低估。数值模拟结果表明, 以水深比的 1 次幂给出的束缚波浅水变形系数对次谐波尚属合理, 但对更高次的谐波并不成立。同时建议在更大范围的试验工况下检验束缚波的浅水变形。在物理模型试验中分别应用计入与不计入斜坡床面影响的两种方法时, 波高的平均相对差为 1%, 最大可达 4%。

关键词: 波浪分离; 浅水变形; 物理模型试验; 非线性波浪

Validation of a Nonlinear Wave Decomposition Method Including Shoaling for Irregular Waves

XinYu Wang

School of Hydraulic and Transportation Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, Henan, China

Abstract: Decomposing the measured signals into incident and reflected signals is important when performing physical model experiments. Many methods exist to decompose a signal but limited studies focus on the effect of a sloping bed. In this paper, a nonlinear decomposition method is extended for a sloping bed by accounting for shoaling and phase transformation over a sloping bed with a simplified approach. Verification with linear synthetic signals shows that the error for the wave height is limited for intermediate water depth, but increases for shallow water depth with an error of up to 4%. Moreover, if the sloping bed is not considered in the decomposition, the wave height at the first wave gauge is overestimated in shallow water and underestimated in deep water. The numerical simulations show that a shoaling coefficient for the bound waves based on the water depth ratio with a power 1 is reasonably accurate for the sub-harmonics but not valid for higher harmonics. In addition, it is recommended to verify the shoaling of bound waves for a large range of test conditions. When applying the method both with and without the effects of a sloping bed in physical model experiments, the average relative differences for the wave height are 1 % with a maximum up to 4 %.

Keywords: Wave decomposition; Shoaling; Physical model experiments; Nonlinear waves

一、引言

在波浪水槽中开展物理模型试验或数值试验时,把实测的波浪信号分离为入射波与反射波十分重要。尤其是当预期会出现较大反射时——例如防波堤前情形——实测信号可能与入射信号相差甚远。

把信号分离为入射与反射信号的技术有多种。对于 1DH 波浪水槽,常用的做法或是基于同址布置的波高仪(如 Nwogu[1]、Sheremet 等[2]),或是基于多支波高仪(如 Eldrup 与 Lykke Andersen[3]、Zelt 与 Skjelbreia[4]、Mansard 与 Funke[5])。本文关注的是后者,因为基于多支波高仪的分离方法晚近已被拓展到非线性不规则波:其做法是计入束缚波与振幅频散[3,6]。基于多支波高仪的分离方法立足于不同波高仪之间的相位差,而相位差可由线性频散关系求得。Lin 与 Huang[6]针对规则波导出了计入高次束缚波分量的非线性分离方法。Medina[7]则针对规则波采用了另一种基于局部时域解的途径来计入非线性效应。其后, Lykke Andersen 与 Eldrup[8]以一套迭代程序为 Lin 与 Huang[6]的非线性分离方法补入了振幅频散的影响。在 Eldrup 与 Lykke Andersen[3]中,该方法被拓展到不规则波。此外, De Ridder 等[9]还描述了非线性波浪分离方法的实用要求,包括一套稳健的求解算法与所需的波高仪数量。

大多数非线性波浪分离方法只适用于平底床面,一旦用于斜坡前滩便会引入误差,而斜坡前滩恰恰是物理模型试验中的常态。在多数物理模型试验中,人们关心的是被测结构坡脚附近的波浪条件;当存在前滩时,波高仪就不得不布置在斜坡床面上。当然也可以在结构之前修筑一段人工平底,把波高仪布置在平底上;但由于结构与波高仪之间必须保持一定距离,这样做会占用波浪水槽中相当大的空间。因此,人们希望能有一种对斜坡床面同样有效的分离方法。

Padilla 与 Alsina 导出了一套计入斜坡床面上束缚波的通用框架,但未以物理模型试验加以验证。此外, Lykke Andersen 与 Eldrup 提出了一种基于非线性浅水变形模型、适用于斜坡床面上非线性波的方法,但该模型只适用于规则波。

可用的分离方法虽多,却尚无一种面向斜坡前滩上非线性不规则波的分离模型。而且,对于典型的模型试验而言,计入床面坡度效应的分离方法究竟有多大的附加价值、这种方法又会如何影响结果,也还没有被充分认识。为此,本文以一种简化的途径,把面向不规则波的非线性分离方法拓展到计入斜坡床面的效应,并研究该方法对典型波浪参数的影响。本文的目标并不在于导出一套完整的斜坡前滩分离方法,而在于迈出第一步,展示这样一种方法的若干重要环节。

二、理论

本文把 Eldrup 与 Lykke Andersen[10]所述的非线性波浪分离方法、连同 De Ridder 等[11]所述的求解算法,拓展为计入斜坡前滩的效应。在给出计入浅水变形的方法的理论背景之前,先对该非线性方法作一简述。其实质是:在不计浅水变形效应的情况下,对每一个频率求解如下方程组,

$$Za = \zeta \quad (1)$$

式中 Z 为相位差矩阵, a 为由入射与反射波分量构成的向量, ζ 为由实测复振幅构成的向量。写成矩阵形式,该式为

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ e^{-ik\beta_{in}x_{1N}} & e^{+ik\beta_{re}x_{1N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_{in,F} \\ \hat{a}_{re,F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\zeta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\zeta}_N \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 k 为自由波波数, β_{in} 为入射波的振幅频散因子, β_{re} 为反射波的振幅频散因子, $\hat{a}_{in,F}$ 为入射自由波复振幅, $\hat{a}_{re,F}$ 为反射自由波复振幅, ζ_j 为第 j 支波高仪 ($j = 1 \dots N$) 处实测的复振幅, x_{1j} 为第 j 支波高仪与第一支波高仪之间的距离。振幅频散因子按 Eldrup 与 Lykke Andersen[12] 的建议迭代求解。为在分离中计入束缚波, 需在谱上划分若干区域: 视所处区域不同, 改为求解如下方程组以代替公式(2),

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{-ik\beta_{in}x_{12}} & e^{+ik\beta_{re}x_{12}} & e^{-ik\beta_{in}x_{12}} & e^{+ik\beta_{re}x_{12}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-ik\beta_{in}x_{1N}} & e^{+ik\beta_{re}x_{1N}} & e^{-ik\beta_{in}x_{1N}} & e^{+ik\beta_{re}x_{1N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_{in,F} \\ \hat{a}_{re,F} \\ \hat{a}_{in,B} \\ \hat{a}_{re,B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \vdots \\ \zeta_N \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 k_B 为束缚波波数, $\hat{a}_{in,B}$ 为入射束缚波复振幅, $\hat{a}_{re,B}$ 为反射束缚波复振幅。以谱峰 (圆) 频率 ω_p 为准, 谱上划分为如下区域:

区域 I——次谐波区 ($\omega < 0.5\omega_p$)。除自由波外还存在束缚波, 束缚波的波速等于按谱峰频率计算的群速度, 束缚波波数为 $k_B = \omega / c_g(\omega_p, h)$ 。

区域 II——主波区 ($0.5\omega_p < \omega < 1.5\omega_p$)。只存在主自由波, 求解公式(2)。

区域 III——超谐波区 ($1.5\omega_p < \omega < 2.5\omega_p$)。除自由波外还存在束缚波, 束缚波的波速等于相应主波的波速, 束缚波波数为 $k_B = n \cdot k(\omega/n, h)$, 其中 $n = 2$ 。

区域 IV——超谐波区 ($2.5\omega_p < \omega < 3.5\omega_p$)。与区域 III 相同, 但 $n = 3$ 。

区域 V——超谐波区 ($3.5\omega_p < \omega < 4.5\omega_p$)。与区域 III 相同, 但 $n = 4$ 。

区域 VI——超谐波区 ($4.5\omega_p < \omega$)。在谱尾只存在自由波, 求解公式(2), 但不计振幅频散的影响。

此外, 当对噪声的敏感性过大时, 可按 De Ridder 等[9]的做法把方程组缩减为 2 个或 3 个方程, 即忽略反射束缚波, 或者同时忽略入射自由波与反射束缚波。对噪声的敏感性依据相位差矩阵 Z 的条件数来判定。当条件数大于给定的上限时, 方程组即被简化: 首先在条件数过高时去掉反射束缚波分量 (3 个方程); 若条件数仍大于给定上限, 则进一步去掉入射自由波, 使方程组更为简化 (2 个方程)。这种不计斜坡床面效应的分离方法, 在本文中称为「参考方法」。

为计入斜坡床面的效应, 需对方程组作两处小的调整。第一处: 先在位置 x 处计算一个随空间变化的相位 $\theta(x)$,

$$\theta(x) = \int_{x_1}^{x_j} k(x) dx \quad (4)$$

式中 $k(x)$ 为波数, x_1 为第一支波高仪的位置, x_j 为第 j 处波高仪的位置。这一相移 $\theta(x)$ 取代了公式(2)中波数与波高仪间距之积 (kx_{1N})。随空间变化的相位只对自由波分量实现, 因为束缚波的相位变化不易获得——束缚波的相位会开始滞后于主波。Van Dongeren 等曾提出一种迭代方法来获取束缚长波的相位, 但该方法并不区分同一传播方向上的束缚波与自由波 (其假定入射波为束缚波、反射波为自由波)。此外也可以论证: 对低频波而言, 相位变化的影响有限, 因为波高仪阵列的长度通常远小于波长。

第二处调整是在公式(2)与公式(3)中引入浅水变形系数, 以修正波能在斜坡上的变化。对自由波分量, 线性浅水变形系数为

$$K_{lin} = \frac{c_{g,0}}{c_{g,1}} \quad (5)$$

式中 $c_{g,0}$ 为第一支波高仪处的群速度, $c_{g,1}$ 为其余某支波高仪处的群速度。公式(5)不能用于束缚波分量, 因为束缚波的浅水变形方式与自由波不同。为此, Padilla 与 Alsina 建议对束缚波采用如下浅水变形系数,

$$K_{bnd} = \left(\frac{h_0}{h_1} \right)^\alpha \quad (6)$$

式中 h_0 为第一支波高仪处的水深, h_1 为所考察波高仪处的水深。本文取 $\alpha = 1$, 但其敏感性仍有待检验。

这一途径把束缚波的浅水变形作了很大程度的简化。例如，该方法未计入由主波向束缚波的能量传递，而这一传递会使谱中主波部分的能量减少。其次，已知束缚波的浅水变形还与床面坡度有关（如 Battjes 等），而目前的途径只计入了水深差、并未直接计入坡度。由于尚无快捷的途径可用来获取束缚波的浅水变形系数，本文仍采用并验证该方法。

于是，对存在束缚波的各区域，计入浅水变形后的方程组为

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ K_{\text{lin}}e^{-i\beta_{\text{in}}\theta_{12}} & K_{\text{lin}}e^{+i\beta_{\text{re}}\theta_{12}} & K_{\text{bnd}}e^{-ik_{\text{B}}\beta_{\text{in}}x_{12}} & K_{\text{bnd}}e^{+ik_{\text{B}}\beta_{\text{re}}x_{12}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{\text{lin}}e^{-i\beta_{\text{in}}\theta_{1N}} & K_{\text{lin}}e^{+i\beta_{\text{re}}\theta_{1N}} & K_{\text{bnd}}e^{-ik_{\text{B}}\beta_{\text{in}}x_{1N}} & K_{\text{bnd}}e^{+ik_{\text{B}}\beta_{\text{re}}x_{1N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_{\text{in},F} \\ \hat{a}_{\text{re},F} \\ \hat{a}_{\text{in},B} \\ \hat{a}_{\text{re},B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\zeta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\zeta}_N \end{bmatrix} \quad (7)$$

相位 θ_{1N} 由公式(4) 数值积分求得。对区域 II（主波），求解公式(7)，但不含束缚波分量。

三、验证

为检验本方法的实现及其效果，把计入与不计入斜坡床面效应的两种方法（即「参考方法」与「计入斜坡床面」）分别应用于合成的（线性）不规则波信号，以及由数值模型得到的信号。

（一）合成波浪信号

合成信号历时 1 200 s，由 JONSWAP 谱的波浪分量生成，时间序列则由傅里叶分量的快速傅里叶变换生成。时间步长取 0.01 s，即奈奎斯特频率为 50 Hz。对每一个频率，傅里叶分量的振幅 A 由 JONSWAP 能量密度函数给出；每一个分量都赋以随机相位 φ 。各波浪分量按下式转换到各波高仪的位置，其中已计入浅水变形与随空间变化的波数，

$$\hat{a} = K_{\text{lin}} \frac{A}{2} e^{i(\int k(x)dx + \varphi)} \quad (8)$$

式中 $k(x)$ 为随位置变化的波数， K_{lin} 为线性浅水变形系数。

共布置 6 支波高仪（ $\Delta x_{12} = 0.45 \text{ m}$ ， $\Delta x_{23} = 1.5 \text{ m}$ ， $\Delta x_{34} = 0.45 \text{ m}$ ， $\Delta x_{45} = 0.37 \text{ m}$ ， $\Delta x_{56} = 0.15 \text{ m}$ ）。为了只呈现线性波的效应，未计入二阶束缚波，因而也就无法据此验证束缚波的浅水变形公式。合成波浪信号针对 1:20 的坡度生成，初始水深分别取 0.6 m 与 0.4 m。此外还验证了三种不同的波浪条件：谱峰频率分别为 0.4 Hz、0.66 Hz 与 1 Hz，波高均为 0.05 m。选取这些条件是因为它们同时涵盖了深水与浅水情形；取较小的振幅则是因为本节只希望验证线性波浪条件下的效应。

对每一种条件，都把目标入射波高与两种方法所得的入射波高作了比较（见图 1）。可以看出：就第一支波高仪而言，不考虑斜坡床面的方法在浅水中高估波高、在深水中低估波高（面板 A）；对最后一支波高仪则恰好相反（面板 B）。这一效应源于参考方法所采用的平均水深：由于假定了一个平均水深，第一支与最后一支波高仪处波高的偏差方向不同，而位于阵列中央的波高仪偏差近似为零。深水与浅水表现相反，可由浅水变形系数来解释：在浅水中该系数大于 1，使波幅增大；在深水中该系数小于 1，使波幅减小。

上述结果表明，就波高而言，浅水变形的影响对多数波浪条件都很小。只有在极浅水条件下（ $h/L < 0.15$ ），不计入床面坡度效应时误差才会升至 4%。

为展示对入射波谱的影响，图 2 给出了谱峰频率 0.66 Hz、（第一支波高仪处）水深 0.4 m 这一工况下不同波高仪的线性浅水变形系数、不同位置的相位以及残差项的谱。由图可见，两种方法所得的入射谱形略有差别：不计浅水变形的分离方法在谱峰附近的能量偏多，而计入斜坡床面的方法在第一支波高仪处与目标谱相吻合。这一差别主要由波浪的浅水变形造成，图 2 的面板 B 所示的线性浅水变形系数即为佐证。尽管各波高仪之间的浅水变形系数很小（约 1.02），它仍会导致能量在各波高仪之间呈非均匀分布。相位的偏移则见于面板

C: 在较高频率处（此时波长相对于波高仪间距而言较短），斜坡床面会引入很大的相位误差。可见，与浅水变形系数不同，相位对高频更为重要，而浅水变形主要在低频占主导。最后一个面板给出的是分离之后残差信号的谱。该结果表明，不计浅水变形的方法在谱峰频率附近误差较大，而计入浅水变形后误差更低。

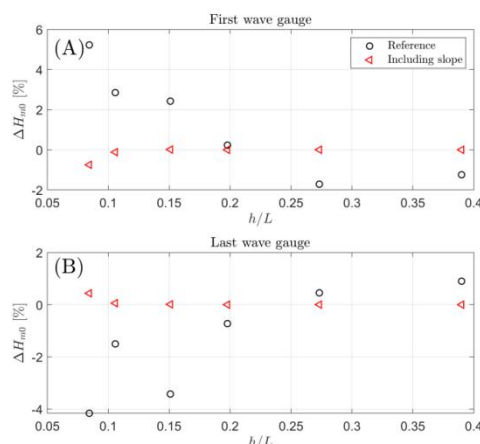


Figure 1 Difference in Significant Wave Height for the First (Panel A) and Last (Panel B) Wave Gauge for Various Wave Conditions

图 1 各种波浪条件下第一支（面板 A）与最后一支（面板 B）波高仪处有效波高的差异

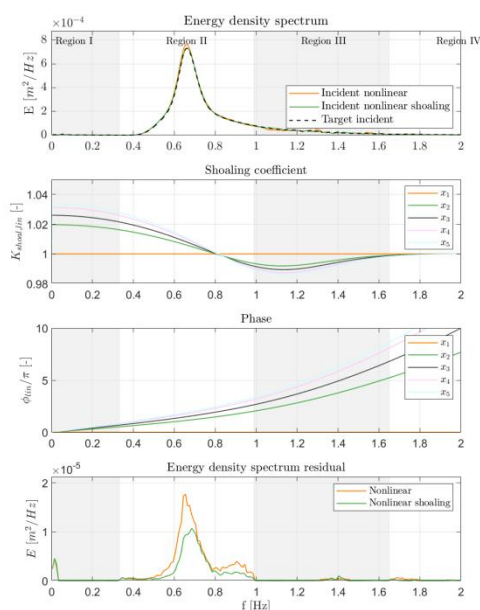


Figure 2 Incident Wave Spectrum, Linear Shoaling Coefficient, Phase and Residual Spectrum for the Condition with a Peak Frequency of 0.66 Hz and a Water Depth of 0.4 m

图 2 谱峰频率 0.66 Hz、水深 0.4 m 工况下的入射波谱、线性浅水变形系数、相位与残差谱

（二）数值模拟

为验证束缚波的浅水变形，开展了数值模拟。模拟采用非静压模型 XBeach，该模型适用于模拟总体波浪统计量、谱形与二阶统计量。

模型在水深 1 m 的边界上以含二阶波的 JONSWAP 谱驱动。自边界起 25 m 处开始一段 1:50 的坡，水平长度 25 m；坡后是一段长 100 m、床面高程为 -0.5 m 的平底（见图 3）。为吸收波浪，在模型后端设置 75

m 长的海绵层，因而模型中不存在反射，入射波信号即等于由 XBeach 得到的信号（目标信号）。模型采用随空间变化的分辨率离散：以 2 s 周期为准每个波长 40 个网格点，最小网格尺度 0.01 m。模拟时长 3 600 s。共验证了三种不同的波浪条件（见表 1）。

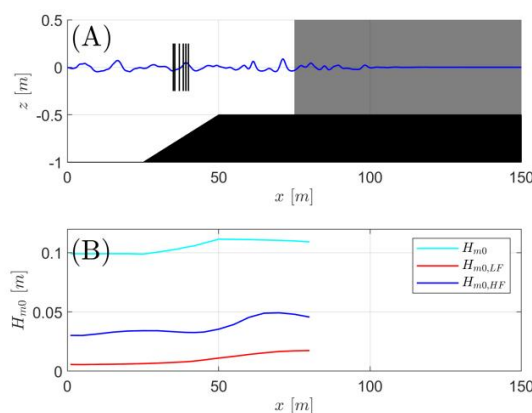


Figure 3 Domain of the Numerical Model (Panel A) and Wave Transformation of the Wave Heights (Panel B)

图 3 数值模型的计算域（面板 A）与波高的变形过程（面板 B）

试验 A1 的结果见图 4。图中给出了不同波高仪、不同频段的相对波高（以数值模型在最后一支波高仪处的波高作归一）。所考察的量包括总波高的相对值 ($H_{m0}/H_{m0,target,last}$)、频率低于 $f_p/2$ 的低频波高相对值 ($H_{m0,LF}/H_{m0,LF,target,last}$) 以及超谐波区内（频率介于 $f_p+f_p/2$ 与 f_p+f_p 之间）的能量相对值 ($H_{m0,HF}/H_{m0,HF,target,last}$)。该结果表明，所假定的浅水变形系数表现尚可，对波高与低频波高尤其如此；而就超谐波区内的能量而言，浅水变形被高估，致使最后一支波高仪处的能量偏多。

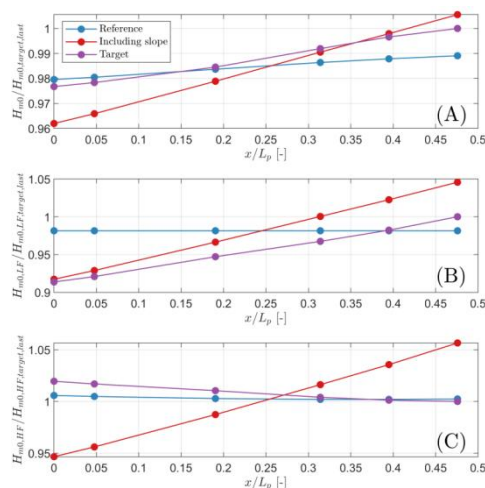


Figure 4 Validation of the Significant Wave Height (Panel A), Low-Frequency Wave Height (Panel B), and High-Frequency Wave Height (Panel C) for Test A1

图 4 试验 A1 中有效波高（面板 A）、低频波高（面板 B）与高频波高（面板 C）的验证

该结果表明，工况 A1 的结论对其余波浪条件同样成立：次谐波的浅水变形得到了准确的刻画，而对超谐波而言，计入床面坡度效应的方法误差反而更大。三种条件下，现有公式都高估了超谐波的浅水变形，说明无法对束缚波采用一个通用的浅水变形系数。尽管超谐波的浅水变形被高估，计入床面坡度效应的方法对（总）

波高的刻画仍然更好。

四、讨论

本文以线性合成信号、数值模拟与物理试验三种途径，展示了斜坡床面对分离方法的影响。不过，该模型只针对有限的一组波浪条件作了验证。基于线性合成信号的验证给出了不同水深下斜坡床面的影响，却无法说明其对非线性效应的有效性；基于数值模拟的验证虽能给出非线性浅水变形效应的准确度，但本文所验证的几何形态与波浪条件都很有限。尽管只验证了三种条件，也已可以看出：现有途径未能准确刻画超谐波的浅水变形。低频浅水变形模型的准确度尚可，但仍建议进一步针对其他前滩坡度与不同波浪条件加以检验。

本文所用的分离模型建立在若干假定之上。其中之一是：与计入了相位变化的自由波分量不同，束缚波的相位变化未作调整。Padilla 与 Alsina 给出了一套含束缚波相位变化的框架，但该框架并未计入斜坡床面上的相位变化。本文之所以选择忽略这一效应，一是为了保持途径的简洁，二是因为束缚波的相位变化尚未被充分认识。就低频波而言，基于数值模拟的验证表明：现有途径尽管作了简化，仍优于参考方法；而对更高的频率，则需要另辟蹊径。

另一处简化是线性浅水变形系数。Eldrup 与 Lykke Andersen 以数值模型展示了规则波非线性浅水变形的效应，其结果表明（非线性）浅水变形系数还与波高有关。对规则波而言，这一效应比较容易计入；但对不规则波就复杂得多，尤其是因为还有其他因素在起作用（如波浪分量之间的相互作用）。

对于一种面向斜坡床面的分离方法而言，其适用范围（方法所适用的波浪条件范围）与相对参考模型的附加价值，对实际使用都很重要。结果表明，浅水变形的影响可能相当显著（最大可达 4%），但一旦用到适用范围之外，误差便会增大（本文未予展示）。当波浪不是发生浅水变形而是发生破碎时，在分离方法中计入浅水变形反而会加大误差。这意味着该方法只在一个不大的窗口内具有附加价值、能够改善分离效果。最大的浅水变形效应恰恰出现在波浪破碎水深之前。因此，在应用计入浅水变形的方法时必须谨慎，尤其是当波高仪布置在相对较浅的水中时。

可见，计入斜坡前滩效应的分离方法，主要适用于波高变形较大但波浪尚未破碎的情形。可以预期，这类情形出现在斜坡床面上的大跨度波高仪阵列、坡度相对较陡的前滩，或含长波的波浪条件之下——此时波高会在波高仪阵列范围内发生显著的变形。此外，当只需要波谱的低频部分时，该方法同样更为可取：这类长波只在坡度非常平缓时才开始破碎，却会在斜坡床面上发生显著的变形。

为获得更准确的分离结果，也可以论证：用数值模型来获取斜坡床面上的入射波或许是更好的途径。如今相位解析模型的计算耗时已足以支持用它来计算入射波。与其去分离由物理波浪水槽得到的波浪信号，不如用数值模型来模拟这座波浪水槽，据以估计入射波——例如在模型的岸侧边界设置海绵层或吸收边界。如此，所有相关的非线性效应都会包含在入射信号之中。不过，这一途径只在仅需入射波时才有用；当还需要知道反射系数时，仍然离不开波浪分离方法。要获得一种面向斜坡床面的完全非线性方法，一种基于数值模拟的混合方法或许是可行的方案。

五、结论

本文以一种简化的途径，把面向非线性波的分离方法拓展为计入斜坡床面的效应，其调整之处在于引入了随空间变化的相位，以及针对自由波与束缚波的浅水变形系数。以线性合成信号所作的验证表明：在中等水深条件下，对波高的影响有限；而在浅水条件下影响增大，不考虑斜坡床面时波高的误差最大可达 4%。此外，

不考虑斜坡床面时, 第一支波高仪处的波高在浅水中被高估、在深水中被低估; 阵列最后一支波高仪处的表现则相反, 不计床面坡度效应的方法在那里低估了波高。

束缚波的浅水变形以三次数值模拟加以验证。结果表明, 以水深比的 1 次幂给出的浅水变形系数对次谐波与超谐波都不适用。就次谐波而言, 该结果似乎改善了分离效果, 但仍建议在更大范围的试验工况下检验这一假定; 反之, 在现有公式之下, 较高频率处的能量并未得到改善, 这正是今后工作中有待改进之处。

本文还就一组典型的物理模型试验, 比较了计入与不计入床面坡度效应的分离结果。该结果表明, 两者在波高上的差别相对较小: 平均相对偏差低于 1%, 只有少数几次试验的相对偏差达到 4%。

参考文献

- [1] 赵金洲. 页岩油体积压裂增产技术. 石油学报, 2024, 43(04): 511-520.
- [2] 苑世剑. 大型构件液态模锻成型工艺. 塑性工程学报, 2022, 29(04): 1-8.
- [3] 周绪红. 钢混组合桥梁受力优化设计. 中国公路学报, 2021, 35(04): 1-14.
- [4] Eldrup M R, Lykke Andersen T. Estimation of incident and reflected wave trains in highly nonlinear two-dimensional irregular waves. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 2019, 145(1): 04018038.
- [5] 戴琼海. 工业视觉缺陷检测深度学习模型. 自动化学报, 2022, 48(06): 1105-1116.
- [6] 林君. 深部矿产电磁探测装备研发. 地球物理学报, 2022, 65(05): 1921-1932.
- [7] Sheremet A, Guza R T, Elgar S, et al. Observations of nearshore infragravity waves: seaward and shoreward propagating components. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2002, 107(C8).
- [8] 徐惠彬. 航空热障涂层制备技术. 材料研究学报, 2022, 36(04): 241-256.
- [9] 刘清友. 海洋钻井平台防腐防护技术. 海洋工程, 2020, 40(02): 1-9.
- [10] 王建华. 基坑工程承压水突涌防控. 岩土工程学报, 2022, 44(06): 1001-1010.
- [11] 谭久彬. 超精密测量仪器误差抑制技术. 光学精密工程, 2023, 30(06): 685-698.
- [12] Nwogu O. Maximum entropy estimation of directional wave spectra from an array of wave probes. *Applied Ocean Research*, 1989, 11(4): 176-182.