

高中数学中的计算思维

周卫

西北大学经济管理学院, 西安 710127, 陕西, 中国

摘要: 本文综述计算思维 (Computational Thinking, CT) 与人工智能 (Artificial Intelligence, AI) 在高中数学教育中的融合。计算思维包含分解、模式识别、抽象与算法设计, 为求解复杂问题提供了一套结构化框架。ChatGPT 与 Gemini 扮演“计算思维者”的角色, 能够解读问题, 并运用逻辑、抽象与模式识别, 在多个领域模拟类人推理; 相形之下, Wolfram Alpha、GeoGebra、Symbolab、Desmos 等高级数学软件是执行精确数学计算与可视化的专门工具, 但缺乏思考与情境适应的能力。ChatGPT 与 Gemini 帮助使用者理解并探索问题, 数学软件则依据既定输入精确求解。数学问题解决始终是教育与技术进步的基础要素。计算思维培育逻辑推理与创造力, 人工智能则借助自动化与智能系统实现对数学概念的高效探索。这一融合不仅支撑更深层的概念理解, 也有助于教育者针对多样的学习需求调整教学。本综述提炼出三条关键主题: (1) 融入人工智能可提升学生的数学表现; (2) 由人工智能支撑的游戏化学习 (GBL) 能够增强学习投入; (3) 计算思维的发展能够强化数学推理。

关键词: 计算思维 (CT); 人工智能 (AI); 高中; 数学; 问题解决

Computational Thinking in High School Mathematics

Wei Zhou

School of Economics and Management, Northwest University, Xi'an 710127, Shaanxi, China

Abstract: This literature review explores the integration of Computational Thinking (CT) and Artificial Intelligence (AI) in high school mathematics education. CT - which involves decomposition, pattern recognition, abstraction, and algorithm design - provides a structured framework for solving complex problems. ChatGPT and Gemini function as computational thinkers, capable of interpreting problems and using logic, abstraction, and pattern recognition to simulate human-like reasoning across domains. In contrast, advanced mathematical software such as Wolfram Alpha, GeoGebra, Symbolab, and Desmos are specialized tools designed to perform exact mathematical computations and visualizations, but they lack the ability to think or adapt contextually. While ChatGPT and Gemini help users understand and explore problems, math software precisely solves them based on defined inputs. Mathematical problem-solving remains a foundational element of both education and technological advancement. CT fosters logical reasoning and creativity, while AI enables efficient exploration of mathematical concepts through automation and intelligent systems. This integration not only supports deeper conceptual understanding but also helps

educators tailor instruction to diverse learning needs. The review highlights three key themes: (1) AI integration improves students' performance in mathematics; (2) game-based learning (GBL) supported by AI increases engagement; and (3) CT development strengthens mathematical reasoning.

Keywords: Computational Thinking (CT); Artificial Intelligence (AI); High school; Mathematics; Problem solving

一、引言

（一）计算思维（CT）与人工智能（AI）概述

计算思维（CT）与人工智能（AI）紧密相连，共同构成一套强大的问题解决框架——在当今技术驱动的世界中尤其如此。众多教育研究者已把人工智能纳入自己的研究，并指出人工智能在教育中的应用有潜力提升教育管理质量、改进教学、促进学生的学习成效[1]。

把计算思维与人工智能同高级数学软件结合起来求解数学问题，能够加快问题解决进程、提高准确度、增强学生的学习成效。计算思维是一种融合了若干关键成分的强有力的认知取径。本文将分析其中四项重要要素：分解，即把一个问题拆解为更小、更易处理的部分；模式识别，即在数据或问题中识别相似性与趋势；抽象，即聚焦重要信息而忽略无关细节；算法，即发展出求解问题的分步骤程序。

另一方面，人工智能正在改变学生、教育者与研究者处理并求解数学问题的方式。它已远远超出计算器与符号求解器的范畴——人工智能如今能够解读数学内容、对其进行推理，甚至生成数学内容。人工智能与计算思维的融合，代表着教育研究者一个新兴的关注领域[2-3]。人工智能辅助数学工具，为学生提供快速响应、详尽解释、证明验证以及针对多样学习需求的个性化支持。

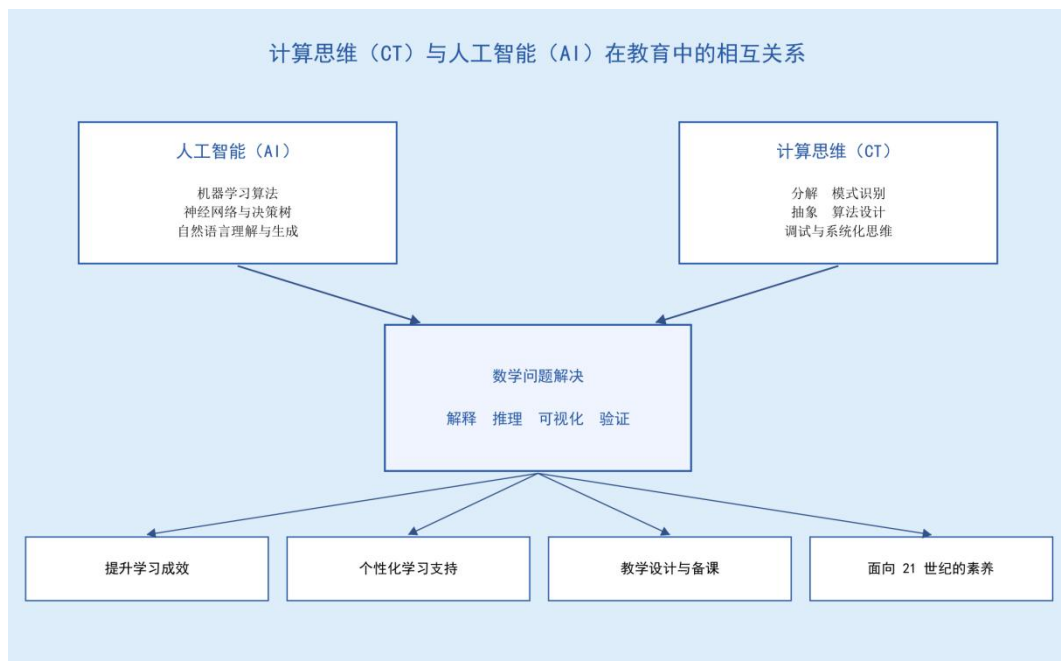


Figure 1 The Interrelation of Computational Thinking (CT) and Artificial Intelligence (AI) in Education

图 1 计算思维（CT）与人工智能（AI）在教育中的相互关系

ChatGPT 与 Gemini 扮演“计算思维者”的角色，能够解读问题，运用逻辑、抽象与模式识别，在多个领域模拟类人推理。相形之下，Wolfram Alpha、GeoGebra、Symbolab、Desmos 等高级数学软件是执行精确数学计

算与可视化的专门工具，但缺乏思考与情境适应的能力。ChatGPT 与 Gemini 帮助使用者理解并探索问题，数学软件则依据既定输入精确求解。

人工智能平台协助教师高效地编写教案与教学材料。值得注意的是，融合人工智能与计算思维的活动可以针对知识与技能水平各异的学习者来设计。这种融合在跨学科与学科专属的教育情境中都格外切题[4]。人工智能同时也是开发数学内容的有力工具，能够使内容契合课程标准、满足 21 世纪教育的要求。

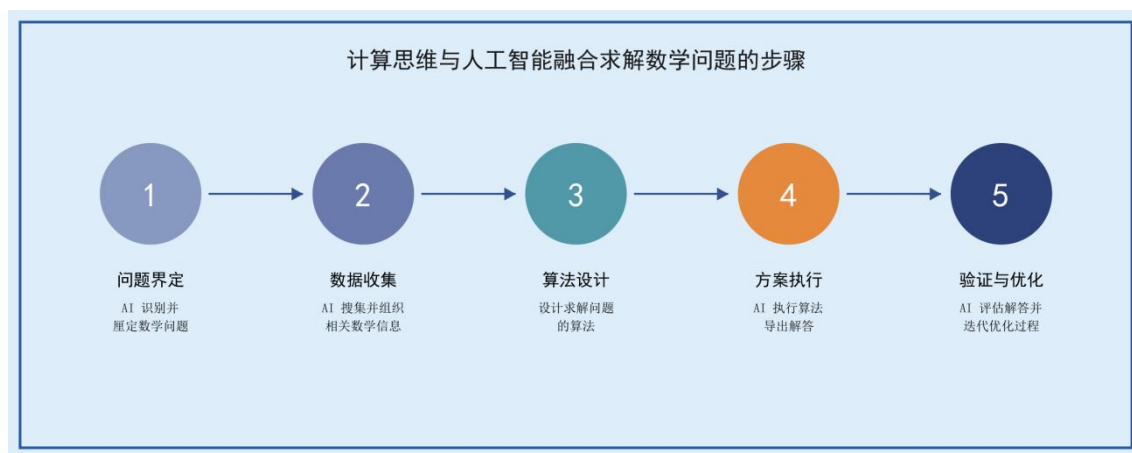


Figure 2 Step by Step Application of Computational Thinking (CT) Blending with Artificial Intelligence on Solving Mathematical Problems

图 2 计算思维与人工智能融合求解数学问题的步骤

（二）数学问题解决在教育与技术中的重要性

数学问题解决在教育与技术两个领域都发挥着关键作用。在教育中，它培育批判性思维、逻辑推理与分析能力；在技术中，它构成众多进展与应用的基础。通过问题解决来学习数学——使之更具实践性与相关性——能够增强学生的创造力、批判性思维、互动与自主性[5]。

技术同样显著影响数学问题解决的质量。技术工具的设计会极大地影响学生与之互动的方式，进而可能影响他们的数学理解与问题解决能力[6]。文献[7]强调了学生有效使用技术所需的知识之重要性——具体而言，是恰当而有意义地运用这些工具所需的胜任力。此外，技术在一切数学活动中都是重要因素。把技术应用于高中数学，能够提供多种可以轻松落实到数学项目中的信息[8]。

数学科学对包括技术在内的许多其他学科的进展贡献巨大。先进的计算机算法——例如用于变量搜索与排序的算法——建立在图论、递归论等数学概念之上[9]。线性代数在机器学习与人工智能的原理中扮演关键角色。许多先进技术主要是数学领域持续创新与研究的结果[9]。数学是科学与技术共同的重要工具。简言之，数学对科学与技术的进步不可或缺，其重要性再怎么强调也不为过[10]。

数学的进步加速了科学与技术的发展，反之亦然；技术与数学之间的进展方向是相互的。大约从十七世纪中叶开始，受过数学教育的学者陆续发表论著，把当时的高等数学——尤其是数学分析——应用于技术问题[11]。自古代起，数学家就对技术进步作出了重要贡献，阿基米德即是明证。十七世纪出现了若干使用转轮的计算机器。威廉·席卡德很可能是最早提出此类机器的发明家，而布莱兹·帕斯卡与戈特弗里德·威廉·莱布尼茨则最为著名[12]。

另一方面，技术的进步也加速了数学的发展。除了提供前所未有的计算能力——在阿达·洛夫莱斯（Ada Lovelace）宽泛的“计算”意义上——之外，技术创新还启发了人们以新的方式思考证明、计算与数学知识等数学

基本概念[13]。此外，数学与技术之间的互动是双向的：数学推动技术，技术也推动数学。

（三）综述目的：探究 CT 与 AI 对数学分析的贡献

本文综述旨在探究计算思维与人工智能如何为高中数学教育作出贡献。计算思维与数学之间存在天然联系，例如二者共享的逻辑结构，以及对数学关系进行建模的能力[14]。计算思维与数学思维密切相关；不过，计算思维更强调运用技术来发展求解数学问题的流程。

计算思维的一个关键要素是算法的运用。算法是用于解决特定问题的分步骤流程[15]。在数学中，算法是求解问题的方法——例如，求根公式就是一个算法。算法之父通常被认为是花刺子米（Al-Khwarizmi）。

从数学的视角看，数学方法侧重于用分析性工作来求解或证明命题。从计算思维的视角看，数学算法可以定义为求解数学问题的程序，尤其是那些可以借助数据结构与算法（DSA）来处理的问题。在 DSA 领域，算法被用于求解与计算机科学密切相关的问题。

人工智能正通过 ChatGPT、Gemini、Magic School 与 Alberta AI 等工具，对高中数学教育作出重要贡献。把这些人工智能平台与高级数学软件结合起来，能够同时增强教与学。文献的案例研究发现，这些工具彼此互补：ChatGPT 勾勒推理步骤，GeoGebra 则从符号与数值两方面对其加以验证或反驳。另一种常被忽视的教育人工智能形态是在线搜索引擎的使用——当它与海量可免费获取的在线内容相结合时，能够提供强有力的学习支持。尽管许多在线资源为高中生提供免费的数学内容，一些高级数学软件仍需付费。人工智能也促使教育者更深入地探索数学教学。把核心计算技能与意义建构、创造性问题解决融合起来，不仅要求对数学概念有扎实的理解，也要求具备强有力的学科教学知识（PCK）与面向教学的数学知识（MKT）。

本文综述的目的，是凸显计算思维与人工智能在高中数学中的关系。过去二十年间，围绕计算思维这一概念已积累了大量文献，计算思维被定义为“在形成问题及其解法的过程中所涉及的思维过程，使这些解法能够以一种可由信息处理主体有效执行的形式加以表征”。计算思维促进了高中数学的学习过程；此外，Magic School AI 平台也帮助教师与学生在教与学上变得更有成效。文献指出，通过把 ChatGPT 深思熟虑地融入教学策略，数学教师能够培育学生对数学更深的欣赏、涵养数学素养，并为他们在数学乃至更广阔领域的成功作好准备。

（四）本文目标

本文的目标是综述文献，探究计算思维与人工智能在高中数学教育中的关系。研究表明，融入人工智能能够促进学生表现的提升。第二条主题考察游戏化学习（GBL）的潜力，已有研究显示它能够增强学生的学习投入。第三条主题聚焦数学教育中的计算思维，特别是文献所提出的计算思维与数学学习之间的关系。文献指出，人工智能与计算思维都对高中层次的数学教育产生积极影响。

这三条主题共同表明：把人工智能融入教育，能够正面影响学生在内容相关技能上的表现；实施游戏化学习能够提高学生的学习投入；计算思维技能的发展对数学学习具有积极效应。

本文的总体目标，是通过综述各类期刊论文，分析人工智能与计算思维这两种范式如何影响数学的教与学。计算思维同样在推动人工智能融入学校课程乃至更广泛的全球社会。Valente 与 Marchetti 指出了教育中计算思维与人工智能相互关联的若干方式，其核心论点是二者可以彼此支撑对方的学习。它们共同对数学的教与学产生了重要影响。

二、理论背景

（一）计算思维的定义与构成要素：CT 与 MT 的比较

计算思维与数学思维的诸多概念密切相关。计算思维的四个关键概念——逻辑、算法模式、抽象与推广——都是借助数学工具来处理的。尽管高中数学传统上强调数学思维，把它与计算思维整合起来仍然十分必要，因为 21 世纪的教育要求运用技术来提升学生的学习成效。把计算思维融入数学相对直接，因为它与数学思维高度契合。如表 1 所示，比较分析表明，计算思维与数学思维的相似之处多于差异。

Table 1 The Comparative Analysis of Computational Thinking (CT) vs Mathematical Thinking (MT), designed for Clarity and Relevance to High School Education

表 1 面向高中教育、力求清晰与切题的计算思维（CT）与数学思维（MT）比较分析

方面	计算思维（CT）	数学思维（MT）
定义	一种涉及算法、抽象与自动化的问题解决取径	运用数学结构进行的逻辑推理与抽象
主要关注	设计求解问题的流程与系统	运用数学逻辑进行证明、建模与推理
核心技能	分解；抽象；算法设计；调试	逻辑演绎；符号推理；推广；证明
所用工具	代码、伪代码、流程图、仿真	方程、公式、图像、证明
思维风格	程序性、迭代性、面向解决方案	演绎性、抽象性、面向结构
问题类型	可分步执行的问题，往往有多个解	概念性或理论性问题，往往只有一个正确答案
技术介入程度	强——依赖计算机与软件	弱——传统上以纸笔为主（尽管技术可提供支持）
学习成果	构建可运行的模型、系统与自动化流程	理解关系、结构与逻辑一致性
应用领域	计算机科学、机器人、人工智能、数据科学	工程、物理、经济学、纯数学
评价形式	项目、编程任务、系统设计	测验、习题集、数学证明

（二）分解

分解意味着把一个庞大或复杂的问题拆分成更小、更易处理的部分。逐一求解每个较小的部分，理解并修正整个问题就变得更为容易。例如，当我们把数字与困难的运算加以拆分，就能帮助自己求解棘手的数字问题。

（三）模式识别

模式识别是指在问题或数据中发现相似性、趋势或重复出现的特征。一旦识别出某种模式，就可以利用这一认识更快地解决新问题。例如，这在数列与级数中至关重要，在预测趋势等现实应用中同样如此。

（四）抽象

抽象意味着只聚焦重要信息，略去无关紧要的细节。这有助于清晰思考、避免干扰。一个例子是：学生能够对代表汽车、狗或自行车等其他物体集合的连接方块进行计数。

（五）算法

算法是一组清晰的、分步骤的指令，用于求解问题或完成任务。可以把它想象成烹饪中的菜谱——每一步都必须按顺序执行才能得到正确结果。算法中的每条指令都由命令与数学表达式构成。在计算与数学中，算法帮助你以合乎逻辑、可重复的方式求解问题。

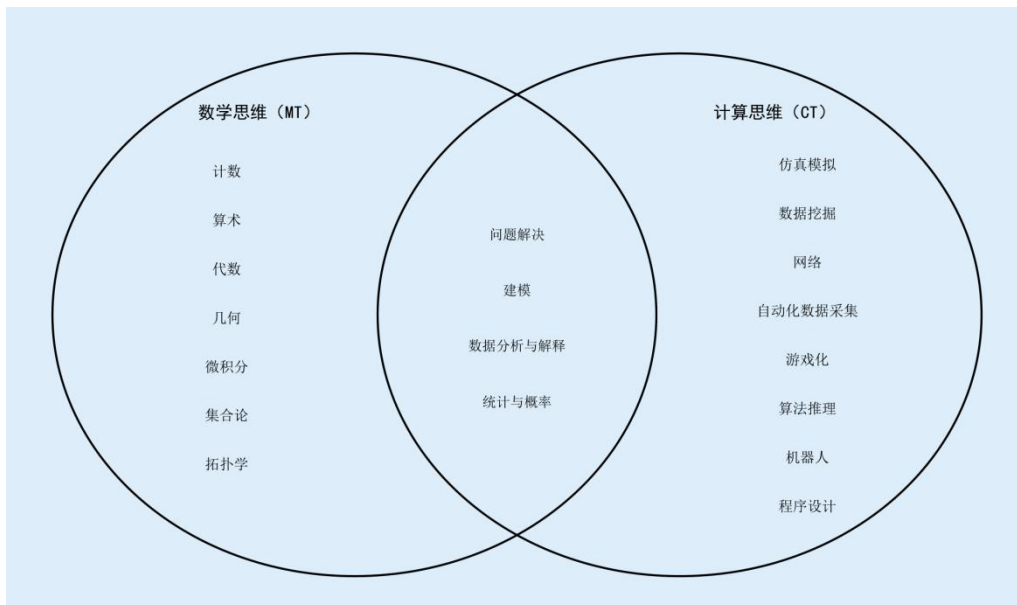


Figure 3 Intersection of Elements in Mathematical Thinking (MT) and Computational Thinking (CT)

图 3 数学思维 (MT) 与计算思维 (CT) 要素的交集

(六) 与数学相关的 AI 技术概览

在高中数学中，证明题的数量通常远少于求解题。人工智能协助教师完成问题求解与数学命题的证明，并为高中生简化证明。证明的过程遵循若干步骤。文献描述道，证明是一种数学论证，是针对某个数学论断的一连串相互关联的断言，具有以下特征：它使用课堂共同体所接受的陈述（被接受陈述的集合），这些陈述为真且无需进一步论证即可使用；它采用有效的、为课堂共同体所知或在其概念可及范围之内的推理形式（论证方式）；它以恰当的、为课堂共同体所知或在其概念可及范围之内的表达形式（论证表征方式）加以传达（第 291 页）。

教师与学生可以使用 Magic School、Gemini 或 ChatGPT 来证明数学命题或创建数学项目。许多高中生用 ChatGPT 完成课堂作业或家庭作业。在那些表示对 ChatGPT 有较多了解的青少年中，约有 56% 报告曾用它来完成学业任务。Magic School AI 平台为数学教师提供了多种工具。Magic School AI 是一套资源集合，旨在帮助教师制订教案、设计作业、生成材料、编写通讯，并完成其他若干任务。

另一方面，学生在数学课上从 Wolfram Alpha、Symbolab、Desmos、GeoGebra 和 Mathway 等高级数学软件中获得实质性支持，常常在人工智能平台力有不逮之处使用这些工具。人工智能与高级数学软件的结合，加快了数学处理过程，增强了学生的学习成效。

(七) 问题解决在数学教育中的作用

高中数学中的问题解决技能不可或缺，因为它们赋予学生批判性思维、分析性思维与逻辑推理的能力。数学问题解决的目的在于加深学生对数学概念的理解，而非单纯记忆事实与程序。这些技能鼓励学生通过分析与评价数学解法来强化批判性思维；在识别求解问题的模式、流程与方法的过程中，他们也变得更加开放；通过探索更有效的求解策略，他们成长为更好的决策者。其结果是，学生对数学问题解决采取了更为务实的取径。

数学问题解决在塑造高中教育方面的作用，有助于学生获得更深的理解与现实应用能力。发展问题解决技能有许多途径。学生最常用的方法之一是试错，在现实项目中尤其如此。数学项目帮助学生更深入地理解数学概念，同时发展其研究能力。在数学项目中，学生常常寻求原创的解法；这些解法并非凭空出现，而是经由一

系列涉及深度理解的思维过程逐步浮现。数学中的问题解决增进学生的理解，而理解正是教育的中心目标。现实问题通常十分复杂，需要更深入的分析才能找到有效的解决方案。在高中数学项目中求解问题，要求学生运用高阶思维技能，往往会导向独特的解法——正如研究者在其探究过程中所得到的那样。文献指出，数学项目对于让学生为数学及相关领域的进阶学习作好准备至关重要。最重要的是，在高中求解数学问题，为学生提供了提高 SAT 成绩、在大学取得学业成功、建设更光明未来的宝贵工具。

三、计算思维在数学问题解决中的应用

（一）分解、抽象、模式识别与算法思维助力数学学习

本文聚焦与高中数学教育密切相关的四项计算思维关键要素。文献写道：“无论是微积分中的问题，还是求一个数的约数，计算思维都使我的学生得以成功地武装起求解具有挑战性之复杂问题的策略与行为方式。”分解意味着把复杂的数学问题拆解为更简单的部分；模式识别用以辨认求解或证明问题与命题的重复出现的模式或数学方法；抽象使学生能够从具体的数学实例中进行推广；算法则通过把步骤按逻辑顺序组织起来，简化数学处理过程。不过，有一种常见的套话认为，由于计算思维的实用性，它必须与技术和编程一并教授。把计算思维与技术融入数学，契合当代高中教育在 21 世纪的要求。

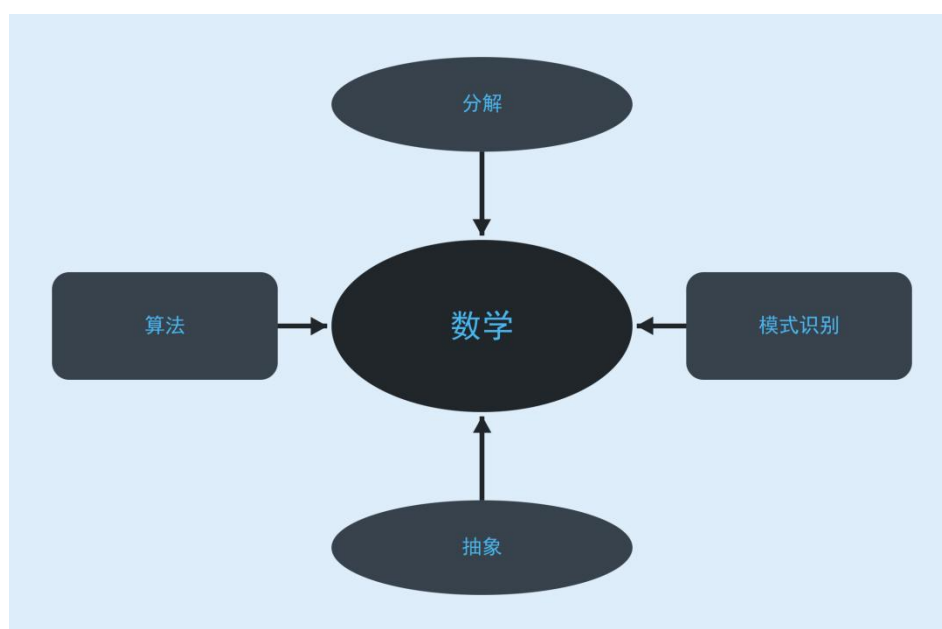


Figure 4 Application of Computational Thinking (CT) in High School Mathematics

图 4 计算思维（CT）在高中数学中的应用

学生在求解各类高中数学科目的复杂问题时都会运用分解。例如，高中预备微积分中的问题可能相当复杂，因此常常需要像解谜一样被拆分为更小的部分。通过在预备微积分中掌握分解，学生便为微积分的挑战作好了准备——链式法则、高级积分技巧与微分方程都建立在这些基础技能之上。

分解出现在数学的许多领域。例如在几何中，一类重要的几何分解技术建立在集合的膨胀与收缩概念之上。高中生可能需要求复杂多边形的面积，无论有意与否，这都要求运用分解的概念。通过把复合图形拆分或拼合为已知的多边形，学生开始理解总面积等于各组成图形面积之和。学生也能在其他数学主题、任务与科目中有效地运用分解。

数学中的模式识别，是指在数学概念、问题与解法之中识别并理解重复出现的结构、关系或规律的能力。

模式识别包含若干关键要素：辨认重复、识别结构、指认数学性质，以及在相似的概念、技术或主题之间建立联系。

当模式识别训练项目在初中与高中数学课堂中付诸实施时，研究者发现，哪怕只增加几个小时的补充练习，也会带来学生数学学习的显著改善——例如把测验成绩从约 35% 提高到 65%——而且这些收益在四个月後依然得以保持。模式识别赋予学生所需的技能，以增强其数学直觉、更有效地应对高阶的高中数学。

许多基本的数学对象——尤其是数及其运算这类更初等的对象——都清晰地建模了现实。简言之，抽象意味着关注一般性信息而略去具体细节。例如，等边三角形有六个对称，而两个对称的复合仍是一个对称。由于复合运算满足结合律，这些对称可以构成一个群。群论的一般概念远远超出对称集合的范围，可以延伸到整数、有理数、实数与复数、向量、矩阵等种类繁多的结构。抽象常常发生在学生从现实情景中对数学概念进行建模之时。

“算法”一词有其历史渊源，源自波斯数学家花剌子米，其工作建立在更早的印度数学概念之上。算法在数学与计算机科学中都不可或缺，从简单的算术到复杂的计算无所不在。在计算机科学中，算法使计算机能够按部就班地遵循指令来求解问题。

数学家常常重复某些过程以得到结果，这就产生了对更高效方法的渴求。在这一意义上，算法充当了数学中的捷径。数学中的算法是一种程序——对求解某个数学计算所用的一组步骤的描述。然而，其用途在今天已远不止于此：算法被应用于科学的许多分支，甚至日常生活。最常见的例子之一是长除法所用的分步骤程序。简言之，算法是一个由良定义的指令构成的有限序列，用于求解问题或完成任务。

（二）CT 在以数学为中心的数学学习平台中的运用

计算思维是一种借鉴计算机科学原理与逻辑推理的问题解决取径。计算思维最早由 Papert 于 1980 年提出，他主张计算机会显著影响学生的思维方式，并认为与技术的互动可能促成新型心智过程的发展。在以数学为中心的数学学习平台中，计算思维能够显著增进学生的理解与投入。学生在数学中经由计算思维产生的投入，由若干因素驱动，包括个性化、真实世界应用与技能迁移。

（三）个性化

经由数字平台的计算思维，能够依据学生的表现与问题解决行为生成个性化的学习路径。自适应的内容投放会根据学生的学习画像调整教学材料。数字平台让学生得以在适宜的挑战水平上与内容互动。数据显示，与传统取径相比，个性化学习框架带来了学习投入（+23%）、留存率（+22%）与问题解决技能（+24%）的显著提升[56]。游戏化环境同样通过鼓励类似编程的逻辑排序与问题解决体验，增强了学生的学习投入。

（四）真实世界应用

涉及数据分析或仿真的项目，帮助学生把数学视为解决实际问题的工具。例如，学习者（主体）与一个仿真（工具）互动，以理解如何用它来探索现实世界的现象（目标）。

（五）技能迁移

计算思维技能与 STEM 领域所用的技能高度重叠，支撑学生长期的学业与职业成功。在跨学科科目中经由数字平台运用计算思维，能够促进技能跨领域的迁移。通过拥抱计算机科学的力量，我们可以在数字时代开启新的可能、推动积极的改变。

在数学中经由数字平台运用计算思维，为学生提供了能够显著增强学习投入的个性化学习机会。它提高了学生挑战更困难、更高阶的数学问题（包括现实案例）的动机。数字学习环境中的计算思维还提升了知识留存，并更好地为学生的长期教育成功作好准备。把计算思维融入数学科目，改善了学生思维过程中的逻辑流畅性。

（六）CT 对学生理解与学业表现的影响

计算思维通过增强逻辑推理、概念理解、投入与动机、可迁移技能、评价成效以及对多样学习者的支持，影响学生的理解与表现。PISA 2021 框架强调，学生在运用数学求解问题时应展现出计算思维能力。计算思维鼓励学生把复杂问题分解为更小的部分并系统地求解。运用计算思维分步骤求解数学问题，有助于建立促进逻辑推理的策略。这种结构化的取径培育清晰的推理，提高学生的动机与投入。

Table 2 Computational Thinking on Student Understanding and Performance

表 2 计算思维对学生理解与学业表现的影响

影响领域	计算思维的贡献
逻辑推理	分步骤推理——策略建构
概念理解	抽象、建模、算法逻辑
投入与动机	交互式设计——真实世界应用
可迁移技能	逻辑、调试——系统性思维
评价表现	准确度与推理能力的提升
对多样学习者的支持	自适应反馈——多模态学习机会

把计算思维实践引入数学课堂的一项主要动因，是社会与职业世界对本学科未来工作所需胜任力的快速变化。在高中数学中运用计算思维，为学生迎接高阶数学、应对大学入学的 SAT 考试并为未来的专业工作作好准备。在技术持续演进的时代，具备强大计算思维技能的个体将更容易融入各行各业，成为未来的领导者与创新者。按时间顺序推进流程，能够在学生完成评价任务时提高其准确度与推理质量。此外，计算思维通过为每位学生调整数学难度并提供充分反馈，支持了多样的学习者。

四、AI 平台与高级数学软件

（一）AI 与数学求解器

人工智能有潜力从根本上改变社会的许多方面，包括教育本身。然而，人工智能不能取代教师；它是支持教师的有力工具。作为一种工具，人工智能在教育各个方面协助教育者与学生，扮演关键角色。具体而言，人工智能通过运用能够理解、解读并求解数学问题的算法，增强了数学中的自动化问题解决。它能够识别模式、执行代数运算并分步骤求解问题。人工智能帮助教师与学生加深对数学概念的理解、更高效地求解问题。人工智能还能通过提供个性化的实时反馈、识别个体学习风格来增进学生的学习。

高级数学求解器在塑造现代教育方面发挥着关键作用。例如，当高中生难以求解数学问题时，他们可以借助 Symbolab 这样的工具。Symbolab 是一个能为多种类型的问题提供分步骤解答的数学求解器。当学生需要研究函数而遇到困难时，他们可以使用绘图计算器 Desmos。Desmos 是一个数字工具，已有研究表明它能增进学生的理解并便于清晰的可视化[66]。它以易于使用以及高分辨率缩放等特性著称，这些特性有助于学生更好地理解数学函数[67]。Symbolab 与 Desmos 都是免费的数学工具，无论在课堂还是自主学习中都能支持学生学习数学。

当学生面对更复杂的问题时，他们可能会转向 GeoGebra、Photomath 和 Wolfram Alpha 这类更为精深的数学求解器——后者是一个计算型知识引擎。GeoGebra 是一款交互式数学软件，它通过提供支撑抽象概念理解的动态可视化，例示了这一转变。Batiibwe（2024）在其研究中表明，作为学科专属软件，GeoGebra 可以成为数

学教与学的有效工具——在几何领域尤其如此，实验组学生在概念理解与学业成就上较对照组表现出显著改善。高中生在各类数学科目中都使用 GeoGebra——例如几何（如平面几何与变换）、代数（如求解二次方程）与微积分（如导数与曲线下面积），甚至可以用它来证明定理。

几年前，Stephen Wolfram 宣布了一则令人振奋的消息：将 ChatGPT 与 Wolfram Alpha 整合，打造一款在科学、数学与技术领域提供精深结果的更先进工具。OpenAI 与 Wolfram 的合作说明，人工智能可以通过把回答建立在计算与结构化知识之上，变得更值得信赖、能力更强。

在解释这一整合如何运作时，文献写道：“在底层，ChatGPT 会为 Wolfram Alpha 构造一个查询，把它发送给 Wolfram Alpha 进行计算，然后依据读取回来的结果‘决定说什么’。”在这一合作中，ChatGPT 扮演思考者的角色，Wolfram Alpha 则充当执行计算的工具。二者共同架起理解与执行之间的桥梁——ChatGPT 帮助学生像数学家那样思考，Wolfram Alpha 则帮助他们像数学家那样工作。

Table 3 The Role of the AI as a Computational Thinker and Advanced Math Software as Executive Tools

表 3 作为计算思维者的人工智能与作为执行工具的高级数学软件之角色

角色	ChatGPT / Gemini（大语言模型）	高级数学软件
类型	计算思维者	计算工具
功能	模拟人类推理、问题解决与解释	执行符号 / 数值计算
主要优势	灵活的理解、推理与教学	准确而高效的计算
局限	可能在数学逻辑或计算上出错	可能无法理解现实情境或含糊的输入
在工作流中的作用	构思、建模、解释步骤	求解、验证、作图与计算
最适用于	学习、探索、解读问题	快速精确的解答、复杂的符号运算

把 ChatGPT 与 Wolfram Alpha 整合起来——可通过 ChatGPT Plus 使用，通常被称为 Wolfram GPT——提供了语言智能与计算智能的强大组合。ChatGPT 贡献自然语言理解与处理能力，Wolfram Alpha 则提供计算推理与问题求解能力。作为计算思维者，ChatGPT 能够通过解释概念、分步骤引导学生求解，在数学上为高中生提供帮助，而 Wolfram Alpha 则给出准确的计算与答案。

（二）人工智能增强游戏化学习（GBL）

人工智能旨在创造能够复现推理、觉察、决策与问题解决等人类能力的机器。人工智能通过为学生个性化内容、促进更深的投入，显著增强了游戏化学习。它能够提供量身定制的学习体验、实时反馈、交互式仿真与游戏化活动，使学习更愉悦、更易于获得。人工智能还使教育者得以通过数字与虚拟平台开展交互式课程，为学生提供比传统方式更为多样、更具动态性的资源。此外，人工智能支持高中生通过教育游戏发展数学问题解决技能。人工智能在教育中的运用正稳步增长，并有望随着增强智能拓展人工智能融入学习环境的潜力而进一步扩大。通过使数学更引人入胜、更具交互性，人工智能正在改变高中的数学教育，同时改善教与学的成效。

五、CT 与 AI 在教育情境中的融合

（一）数学教学中的 CT 与 AI：文献综述

关于人工智能与计算思维在数学教育中融合的文獻十分有限。

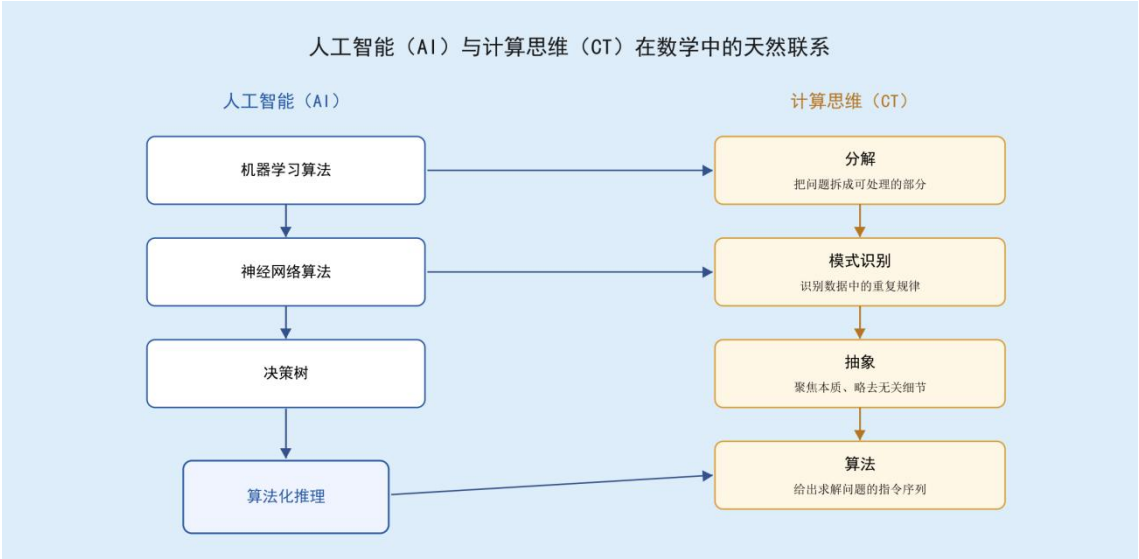


Figure 5 Natural Connections between Artificial Intelligence (AI) and Computational Thinking (CT) in Mathematics

图 5 人工智能（AI）与计算思维（CT）在数学中的天然联系

总体而言，对人工智能与计算思维在教育实践中的相互关系与重叠成分的探究仍不充分。不过，数学或 STEM 中的计算思维在文献中已有广泛讨论，因为计算思维与数学思维之间存在互惠关系。研究识别出两条常见的学习路径：CT → MT → CT 与 MT → CT → MT。

近年来，与人工智能相关的论文在期刊与数字文献中日益增多。此外，人工智能正把文献的范围拓展到图像、视频与录音等数字多媒体内容。就其各自而言，计算思维与人工智能在文献中都已得到充分体现。

（二）CT 与 AI 在数学中的无意识融合

高中生在处理数学时常常无意识地运用计算思维；通常，他们依靠批判性思维来求解问题。文献指出，计算思维——一种计算机科学家常用的问题解决过程——与批判性思维并无太大差别，并且可以跨学科加以应用。计算思维被广泛认作一项不可或缺的技能集合，涉及运用数学概念与计算方法来求解复杂问题。

当学生通过项目或作业投入数学问题时，他们常常会识别出指引其问题解决策略的模式。此外，许多数学任务需要分步骤推理，也需要借助捷径来得到更高效、更准确的解法。学生越来越多地使用人工智能工具或高级数学软件来验证自己的解法或数学证明。通过反复练习，他们发现了各种工具组合，用以得到唯一准确的解答。

Table 4 Performing Mathematical Tasks from the Perspective of High School Students

表 4 从高中生视角看数学任务的完成

任务	属于 CT、MT 还是二者兼具
编写程序模拟复制	CT + MT
证明勾股定理	MT
设计一个对数字排序的算法	CT
分析来自科学实验室的统计数据	CT + MT

学生越是投入数学的学习与实践，就越有可能发展出高效数学思考者所特有的数学心智习惯——成为经验

丰富的问题解决者，在不知所措时也知道该做什么。直观地看，学生正在把计算思维与人工智能融入自己的数学学习，尽管关于这一融合的研究仍然有限。

（三）教师与学生和技术增强型数学学习的看法

教师与学生都从技术的使用中获益良多。数学教师可以在课堂上通过数字工具呈现各种图形、图像与表格。技术使学生在数学教学中能够更有效地投入；教师也可以数字化地布置评价与练习，并常常指导学生使用高级数学求解器或教育类 YouTube 视频作为支持。例如，若某位学生想学习繁分数，教师可能会推荐观看特定的可汗学院视频。

此外，学生可以在空闲时间研究自己感兴趣的课题，或许还伴着自己喜爱的零食与饮料。技术通过使数学学习更具交互性，极大地增进了学习体验。学生可以在线与同伴协作并获得即时反馈。这种透明性帮助学生感到更能掌控自己的教育，在实时看到自身努力与进步的过程中培育独立性与自信。

Table 5 Benefits and Challenges of Students and Teachers with respect to Technology

表 5 学生与教师在技术方面的益处与挑战

视角	益处	挑战
教师	可视化学习；个性化进度；学习投入	获取不平等；技术学习曲线；分心
学生	交互性；即时反馈；自信提升	过度依赖；技术挫折；分心

尽管技术为教育者与高中生带来诸多益处，它也带来了重大挑战。由于经济条件不同，并非所有学生都能平等地获取技术。教师必须参加专业发展，才能更好地为有效使用技术作准备。学生很容易在网上分心——聊天、玩游戏或用谷歌搜索答案。此外，手机是课堂上学生与教师双方的一大干扰源。美国许多学校与学区已限制学生在校期间使用手机，因为这些设备已成为课堂的重大干扰。当教师在授课时，有些学生并不给予充分注意；考试期间，学生可能试图用手机作弊，迫使教师把注意力从教学转向监考，从而干扰师生双方。

六、当前研究的挑战与空白

（一）缺乏将 CT 与 AI 融入课程的标准化框架

技术整合专员与教师和学生一同工作，通过强化技术技能、改进技术整合来增进学习，从而支持混合式学习环境。技术已被整合进高中的大多数科目。计算思维是一种植根于计算机科学的思维过程，因而是教育技术的关键组成部分。

计算思维与人工智能在数学中的融合，在高中课程中尚未普及。不过，教育领域在技术整合方面已积累了丰富经验，而先进技术的持续发展还在不断拓展可能性。尽管计算思维在国际上尚无普遍认可的定义，它与数学思维密切相关。计算思维与数学思维在应用于问题解决时具有相似特征——二者本质上都是复杂的、抽象的、迭代的。随着技术整合对 21 世纪高中教育愈发不可或缺，计算思维能够有效地补充甚至替代数学思维，在课程中赢得宝贵的一席之地。

人工智能在高中教育中的融合仍处于试验阶段，但它代表了教育研究者的重要贡献。由于人工智能系统有时会产生不准确或误导性的结果（即所谓“幻觉”），教师与学生都必须核验人工智能数学工具的输出。生成式人工智能（GenAI）系统偶尔可能提供不准确的信息、表现出偏见，或引发关于用户隐私的忧虑。保护学生隐私尤为关键，绝不能因使用人工智能而受到损害。总体而言，人工智能融入教育仍处于早期阶段，但在纳入学校课程方面前景可期。

（二）长期成效需要实证证据

在教育中使用人工智能仍然十分新颖。它虽有巨大潜力，也带来若干挑战。要在学校中有效使用人工智能，我们需要对其进行审慎研究。教育者认识到，人工智能有时会产生不恰当或不正确的输出。这使得研究人工智能如何影响教与学、以及它是否真正惠及学生变得十分重要。同样必须考虑公平、伦理、准确性与安全等议题。若无扎实的研究，学校可能仅仅因为人工智能流行而采纳它，而非因为它确有成效。正因如此，教师与研究学者必须携手检验人工智能工具，确保它们对学生既有帮助又足够安全。这类研究将帮助学校就如何在教育中使用人工智能作出明智的决定。

（三）AI 工具在教育中的公平与可及问题

公平与可及是人工智能应用于高中数学教育时的主要关切。一些学校财力较为充裕，能够为教师购买 Magic School、ChatGPT、Gemini 与 Alberta AI 等人工智能工具；然而，并非所有高中都有资源购买这些应用，这导致人工智能融入教育体验的过程中出现显著的不平等。近年来，教育数字不平等这一议题日益引起学者的广泛关注。此外，人工智能平台所依赖的训练数据可能无法平等地代表所有学生群体，从而可能对来自不同背景的学生产生带有偏见的回应或评价。语言障碍、残障与文化差异也可能影响学生与人工智能平台的互动方式。为确保公平，教育者与政策制定者必须优先保障技术的平等可及、处理算法偏见，并设计包容所有学习者的人工智能平台。

七、结论与未来方向

计算思维的根源可以追溯到 20 世纪 30 年代计算机与程序设计语言的发展。艾伦·图灵（Alan Turing）在其 1950 年的论文《计算机与智能》（Computing machinery and intelligence）中最早提出了人工智能问题，并提出了一项被称为“图灵测试”的实验——一次为科技行业创建智能设计标准的努力。艾伦·图灵被视为计算思维的先驱，因为他奠定了计算机科学的基础。数十年前，计算思维获得广泛认可，尤其是通过 Jeannette Wing 于 2006 年的工作。

把技术融入高中课程涉及计算思维，而计算思维与数学思维共享诸多成分。计算思维已在计算机科学课程中占据显著位置，并如表 1 所述在数学中找到了重要的应用。它同时也是高中教育通向人工智能的门户。尽管有若干人物为人工智能的早期发展作出了贡献，约翰·麦卡锡（John McCarthy）被广泛认为是这一领域的创立者。他于 1956 年在达特茅斯研讨会上首创了“人工智能”一词，该研讨会被视为人工智能的诞生地。

近年来，ChatGPT 这类平台加速了高中教育对人工智能的需求。新的人工智能技术的迅速发展，正给研究者与教育者带来把人工智能融入课程的压力。然而，由于人工智能是一个复杂的平台，带来了确保可控性与保护学生隐私等挑战，目前还难以在学校课程中全面实施。尽管如此，计算思维与人工智能都能有效地用于求解数学问题，并能补充数学思维。随着人工智能日益融入高中课程，计算思维的运用以及人工智能平台与高级数学软件在数学中的结合，将成为教育不可或缺的元素。

参考文献

- [1] 赵国忠. 校长领导力提升实践策略. 教学与管理, 2021(24): 11-14.
- [2] 陈劲. 研究生科研创新能力培养模式. 研究生教育研究, 2021(04): 45-51.
- [3] 岳伟. 生态文明教育课程建构与实施. 环境教育, 2021(07): 26-30.
- [4] 韩俊强. 民办教育规范高质量发展路径. 民办教育研究, 2021(04): 15-22.

-
- [5] Weng X, Ye H, Ng O L. Integrating artificial intelligence and computational thinking in educational contexts: A systematic review of instructional design and student learning outcomes. *Journal of Educational Computing Research*, 2024, 62(6).
- [6] Clarke D, Roche A. Using contextualized tasks to engage students in meaningful and worthwhile mathematics learning. *Journal of Mathematical Behavior*, 2018, 51: 95-108.
- [7] 李艺铭. 青少年媒介素养教育开展路径. *现代传播 (中国传媒大学学报)*, 2020, 43(08): 156-160.
- [8] 左崇良. 县域教师轮岗制度落地难点破解. *教师发展研究*, 2021, 5(03): 68-74.
- [9] 张帆. 体育教育体质提升课程改革. *北京体育大学学报*, 2021, 44(06): 112-120.
- [10] 吴岩. 新工科背景下高校教学改革. *中国大学教学*, 2020(07): 8-13.
- [11] Huang X, Qiao C. Enhancing computational thinking skills through artificial intelligence education at a STEAM high school. *Science & Education*, 2022, 33: 383-403.
- [12] 徐辉. 教育对外开放提质升级路径. *西南大学学报 (社会科学版)*, 2022, 47(04): 120-128.
- [13] 于泽元. 项目式学习课堂实践设计. *全球教育展望*, 2021, 50(10): 45-56.
- [14] 刘海峰. 高考改革历史经验与未来走向. *厦门大学学报 (哲学社会科学版)*, 2021(04): 110-118.
- [15] Chen S Y, Lai Y H, Lin Y S. Research on head-mounted virtual reality and computational thinking experiments to improve the learning effect of AIoT maker course: Case of earthquake relief scenes. *Frontiers in Psychology*, 2020, 11: 1164.
- [16] Hsu T C, Chang C, Lin Y W. Effects of voice assistant creation using different learning approaches on performance of computational thinking. *Computers & Education*, 2023, 192: 104657.